

## Magični kvadrati

© 2000 Željko Vrba

Magični kvadrat  $n$ -tog reda je kvadratna shema  $n \times n$  brojeva od 1 do  $n^2$  u kojoj je zbroj u svakom stupcu, retku i dijagonali jednak i iznosi

$$S_n = \frac{n(1+n^2)}{2}$$

Magični kvadrat  $3 \times 3$  poznat je već odavno: u drevnoj Kini za njega je (gotovo sigurno) znao i Konfucije u 5. stoljeću prije nove ere ([slika 1](#)).

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Pri sastavljanju kvadrata koriste se dva niza brojeva: prvi niz je  $1, 2, 3, \dots, n$ , a drugi je  $0, n, 2n, \dots, n(n-1)$ . Prilikom ove metode treba razlikovati slijedeća četiri slučaja:

- $n$  je neparan i nije djeljiv s 3
- $n$  je neparan i djeljiv je s 3
- $n$  je djeljiv s 4
- $n$  je paran i nije djeljiv s 4

### Slika 1

Magični kvadrat 3. reda

Primjeri će biti pokazani na magičnim kvadratima reda 5, 9, 4 i 6.

## Neparni red koji nije djeljiv s 3

Tvorimo dva niza prema gornjim uputama: 1, 2, 3, 4, 5 te 0, 5, 10, 15, 20. Sada tvorimo dva pomoćna magična kvadrata petog reda.

3	1	5	2	4	10	0	5	20	15	13	1	10	22	19
2	4	3	1	5	5	20	15	10	0	7	24	18	11	5
1	5	2	4	3	15	10	0	5	20	16	15	2	9	23
4	3	1	5	2	0	5	20	15	10	4	8	21	20	12
5	2	4	3	1	20	15	10	0	5	25	17	14	3	6

Prvi pomoćni kvadrat

Drugi pomoćni kvadrat

Magični kvadrat

**Slika 2** Konstrukcija magičnog kvadrata 5. reda

U prvi red prvog kvadrata upišemo prvih pet prirodnih brojeva u bilo kojem poretku. Zatim u drugi red pišemo iste brojeve, ali počinjući s brojem koji se nalazi *iza* srednjeg broja u prvom redu. Isto tako postupimo i za treći, četvrti i peti red. Tako dobijemo magični kvadrat čija je suma  $S' = 15$  (vidi [sliku 2](#)).

Sada se u prvi red drugog kvadrata upišu brojevi iz niza 0, 5, 10, 15, 20 opet u bilo kojem poretku. Kvadrat popunjavamo kao prvi, samo što počinjemo od *srednjeg* elementa ([slika 2](#)). Tako se dobije drugi pomoćni kvadrat čija je suma  $S'' = 50$ .

U treći kvadrat upisujemo sumu odgovarajućih polja dva pomoćna kvadrata te dobijemo kvadrat na [slici 2](#) što je magični kvadrat 5. reda.

## Neparan red djeljiv s 3

Da se sastavi magični kvadrat npr. 9. reda, opet se načine dva niza brojeva: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 za prvi te 0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72 za drugi kvadrat. Pomoću tih nizova opet se izgrade dva pomoćna magična kvadrata istim postupkom kao u prethodnom slučaju, ali se moraju poštivati slijedeća pravila:

1. U prvom nizu se načini zbroj od svakog trećeg broja počevši od prvog (podebljani brojevi) te tako dobiveni zbroj mora iznositi

$$S' = \frac{n(n+1)}{6}$$

Ostali brojevi mogu se razmjestiti po volji. Tako dobijemo niz npr. 1, 9, 4, 6, 5, 2, 8, 7, 3.

2. U drugom nizu se zbraja svaki treći broj počevši od zadnjeg (podebljani brojevi) te taj zbroj mora iznositi

$$S'' = \frac{n^2(n-1)}{6}$$

Ostali brojevi se razmjestite po volji. Tako dobijemo niz npr. 18, 54, 9, 45, 63, 27, 0, 36, 72.

S tako dobivenim nizovima postupamo kao u prethodnom slučaju te dobijemo magični kvadrat 9. reda sa [slike 3](#).

19	63	13	51	68	29	8	43	75
65	35	7	39	73	27	58	15	50
81	22	60	14	47	71	32	3	37
53	70	30	1	45	76	24	59	11
40	78	23	56	17	52	66	28	9
16	48	64	36	4	42	77	20	62
6	41	74	26	61	12	46	72	31
57	10	54	67	33	5	38	80	25
32	2	44	79	21	55	18	49	69

**Slika 3** Magični kvadrat 9. reda

## Red djeljiv s 4

U prvi red prvog kvadrata upišemo brojeve prvog niza, ali tako da zbroj prvog i zadnjeg broja bude jednak zbroju dva slijedeća broja ([slika 4](#)). U drugi red kvadrata upišemo iste brojeve, ali u obrnutom poretku. Druga polovina kvadrata simetrična je prvoj s obzirom na dužinu koja ih razdvaja.

Brojeve drugog niza sličnim postupkom upisujemo u drugi kvadrat, samo što ih raspoređujemo po stupcima umjesto po retcima ([slika 4](#)). Zbrajanjem ova dva kvadrata dobijemo magični kvadrat 4. reda ([slika 4](#)).

2	4	1	3	12	0	0	12	14	4	1	15
3	1	4	2	4	8	8	4	7	9	12	6
3	1	4	2	8	4	4	8	11	5	8	10
2	4	1	3	0	12	12	0	2	16	13	3

Prvi  
pomoćni  
kvadrat

Drugi  
pomoćni  
kvadrat

Magični  
kvadrat

**Slika 4** Konstrukcija magičnog kvadrata 4. reda

## Paran red; nije djeljiv s 4

Najprije sastavimo kvadrat istim postupkom kao da je red djeljiv sa 4. Time dobijemo kvadrat sa [slike 5](#)). Elemente na dijagonalama treba ostaviti na svojim mjestima. Zatim treba zamijeniti:

1. U prvom retku: drugi element s drugim od kraja, treći s trećim od kraja itd. sve dok ne zamijenimo i srednje elemente. Isti postupak primijenimo i na prvi stupac.
2. Srednje elemente u drugom i zadnjem retku te drugom i zadnjem stupcu. Tako dobijemo kvadrat sa [slike 5](#).
3. Rubne elemente u srednjem redu (bilo kojem) i srednjem stupcu (također bilo kojem).

Ovim transformacijama dobijemo magični kvadrat 6. reda ([slika 5](#)).

29	12	27	28	7	26
2	31	4	3	36	5
17	24	15	16	19	14
23	18	21	22	13	20
32	1	34	33	6	35
11	30	9	10	25	8

29	7	28	27	12	26
32	31	3	4	36	5
23	18	15	16	19	20
17	24	21	22	13	14
2	1	34	33	6	35
11	30	10	9	25	8

29	7	28	9	12	26
32	31	3	4	36	5
23	18	15	16	19	20
14	24	21	22	13	17
2	1	34	33	6	35
11	30	10	27	25	8

Prvi pomoćni  
kvadrat

Drugi pomoćni  
kvadrat

Magični kvadrat

**Slika 5** Konstrukcija magičnog kvadrata 6. reda

