

Zadaci s natjecanja - 8. razred osnovne škole

8. studenog 2013.

1. Izračunaj:

$$\left(7 + \frac{1}{3} : \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 0.15 \cdot \frac{1}{0.2} - 8\right)^3 + \sqrt{\frac{115^2 - 110^2}{5}} + \sqrt{\frac{30^2 - 18^2}{4}}$$

2. Odredi dva uzastopna prirodna broja, tako da se jedan može prikazati kao umnožak  $2(n-3)(n+1)$ , a drugi kao umnožak  $(n-2)(2n-1)$ , pri čemu je  $n$  prirodan broj.

3. Zadan je četverokut  $ABCD$  s okomitim dijagonalama kojemu se može opisati kružnica. Točka  $M$  je presjek dijagonala  $\overline{AC}$  i  $\overline{BD}$ . Kolika je površina četverokuta  $ABCD$ , ako je  $|AB| = 13$ ,  $|DM| = 10$ ,  $|CD| = 26$ ?

4. Izračunaj  $(2006 - \sqrt{1 + 2008\sqrt{1 + 2007 \cdot 2005}})^2$

5. Izračunaj površinu pravilnog osmerokuta upisanog u krug promjera 16 cm.

6. Polovištem  $P$  hipotenuze  $\overline{AB}$  pravokutnog trokuta  $ABC$  nacrtana je okomica na  $\overline{AB}$  koja katetu  $\overline{AC}$  siječe u točki  $M$ , a produžetak katete  $\overline{BC}$  u točki  $N$ . Izrazi duljine stranica  $a, b, c$  trokuta  $ABC$  pomoću duljina odrezaka  $m = |PM|$  i  $n = |PN|$ .

7. Izračunaj vrijednost izraza

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1} - \frac{1}{x^2 - 2x + 1},$$

ako je  $x = 1 - \sqrt{2}$ .

8. Ako je  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 14 = 0$ , koliko je  $x + y + z$ ?

9. Zadani su međusobno okomiti pravci  $p$  i  $t$  koji se sijeku u točki  $S$ . Na pravcu  $p$  odabrana je točka  $E$  takva da je  $|ES| = \sqrt{6}$ , a na pravcu  $t$  različite točke  $F$  i  $H$  takve da je  $|FS| = |HS| = 3\sqrt{2}$ . Odredi površinu dijela ravnine kojeg omeđuju kružnica s promjerom  $\overline{EF}$  i kružnica s promjerom  $\overline{HE}$ .
10. Koliko znamenaka u dekadskom zapisu ima broj  $10000^{9999}$ .
11. Duljine kateta  $a, b$  pravokutnog trokuta  $ABC$  odnose se kao  $8 : 15$ , a njegov opseg iznosi  $100$  cm. Izračunaj duljine svih stranica tog trokuta.
12. Kvadrat nekog cijelog broja za  $49$  je veći od razlike trostrukog kvadrata njegovog prethodnika i dvostrukog kvadrata njegovog sljedbenika. Koji je to broj? Koji je broj njegov sljedbenik?
13. Duljine visina jednakokravnog trokuta  $ABC$ , s osnovicom  $\overline{AB}$ , su  $20$  cm i  $24$  cm. Koliki je opseg trokuta  $ABC$  ako je duljina kraka manja od duljine osnovice?
14. Nađi jednakost koja povezuje brojeve  $a, b, c$  ako su oni oblika  $a = m^2 + n^2$ ,  $b = 2mn$  i  $c = m^2 - n^2$ .