

Ime i prezime:

1.(5)	2.(5)	3.(3)	4.(4)	5. (3+5)	$\Sigma$

## KOMPLEKSNA ANALIZA

1.kolokvij, 14.06.2013.

1. Odredite sliku područja

$$G = \left\{ z \in \mathbb{C} : \left| z - \frac{1+i}{2} \right| > \frac{\sqrt{2}}{2}, \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z > 1 \right\}$$

pri preslikavanju  $w = \frac{iz}{z-i}$ . Skicirajte  $G$  i  $w(G)$ .

2. Odredite član  $c_n$  u razvoju u Taylorov red oko 0 funkcije

$$f(z) = \frac{\operatorname{arctg} z}{1 - z^2}$$

te područje konvergencije. Postoji li  $\lim_{k \rightarrow \infty} a_{2k+1}$ ? Ukoliko postoji, odredite taj limes.

Napomena. U zadatku možete koristiti samo razvoj funkcije  $\frac{1}{1-z}$ , tj.  $\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$ ,  $|z| < 1$ . Ostale tvrdnje obrazložiti!

3. Klasificirajte singularitete funkcije

$$f(z) = \frac{z^2 - 4}{(z^6 - 64)^2}.$$

4. Razvijte u Laurentov red oko točke  $z_0 = i$  funkciju

$$f(z) = \sin^2 \frac{2}{i-z} \cdot \cos^2 \frac{2}{i-z}.$$

5. Izračunajte:

$$(a) \oint_{|z-2|=1} \frac{e^z}{4z^2 - 1} dz$$

$$(b) \oint_{|z|=5} (2z - 1) \cos \frac{2}{z + 3} dz.$$